Solución de Práctica de Prueba 2 de AI NS Set 1

1. (a) $3x+y-10$

$=3(3)+1-10$ A1

$=0$

Por lo tanto, P se encuentra en L_1. AG

[1]

(b) 10 A1

[1]

(c) (i) Las coordenadas de M

$=\left(\frac{3+11}{2}, \frac{1+(-3)}{2}\right)$ (A1) por sustitución

$=(7,-1)$ A1

(ii) El gradiente de PQ

$=\frac{-3-1}{11-3}$ (A1) por sustitución

$=-\frac{1}{2}$ A1

(iii) La distancia entre P y Q

$=\sqrt{(11-3)^2+(-3-1)^2}$ (A1) por sustitución

$=8,94427191$

$=8,94$ A1

[6]

(d)	El gradiente de L_1		
	$=-\frac{3}{1}$		
	$=-3$	A1	
	$\because -3\times -\frac{1}{2}$	M1	
	$=\frac{3}{2}$		
	$\neq -1$		
	Por lo tanto, L_1 and L_2 no son perpendiculares.	AG	
			[2]
(e)	El gradiente de L_3		
	$=\frac{-1}{-3}$	M1	
	$=\frac{1}{3}$	A1	
	La ecuación de L_3:		
	$y-1=\frac{1}{3}(x-3)$	A1	
	$3y-3=x-3$	A1	
	$x-3y=0$	AG	
			[4]
(f)	Las coordenadas de S son $(0,0)$.	(A1) por valor correcto	
	El área del triángulo PRS		
	$=\frac{(10-0)(3-0)}{2}$	(M1) por enfoque válido	
	$=15$	A1	
			[3]

2.	(a)	(i)	$a = 14,02298851$		
			$a = 14,0$	A1	
			$b = -420,2413793$		
			$b = -420$	A1	
		(ii)	La frecuencia de pulso estimada		
			$= 14,02298851(37) - 420,2413793$	(A1) por sustitución	
			$= 98,60919557$ pulsaciones por minuto		
			$= 98,6$ pulsaciones por minuto	A1	
					[4]
	(b)	(i)	$r = 0,592701087$		
			$r = 0,593$	A1	
		(ii)	Moderada, positivo	A2	
					[3]
	(c)	(i)	H_0: El número de estudiantes en cada rango de frecuencia de pulso se distribuye uniformemente.	A1	
		(ii)	valor $p = 0,0166229271$	(A1) por valor correcto	
			valor $p = 0,0166$	A1	
		(iii)	La hipótesis nula se rechaza.	A1	
			Pues valor $p < 0,05$.	R1	
					[5]
	(d)	(i)	$H_1: \mu_A \neq \mu_B$	A1	
		(ii)	valor $p = 0,3065878383$	(A1) por valor correcto	
			valor $p = 0,307$	A1	
		(iii)	No se rechaza la hipótesis nula.	A1	
			Pues valor $p > 0,01$.	R1	
					[5]

3. (a) 2 A1

[1]

(b) $f(3) = \frac{4}{3}(3)^3 + 5(3)^2 - 6(3) + 2$ (M1) por sustitución

$f(3) = 65$ A1

[2]

(c) $f'(x) = \frac{4}{3}(3x^2) + 5(2x) - 6(1) + 0$ (A1) por derivadas correctas

$f'(x) = 4x^2 + 10x - 6$ A1

[2]

(d) $4x^2 + 10x - 6 = 0$

$2(x+3)(2x-1) = 0$ (M1) por enfoque válido

$x = -3$ o $x = \frac{1}{2}$ A2

[3]

(e) $y = 29$, $y = \frac{5}{12}$ A2

[2]

(f) (i) $\frac{5}{12} < w < 29$ A2

(ii) $w < \frac{5}{12}$ o $w > 29$ A2

[4]

(g) El gradiente de la tangente

$= f'(3)$

$= 4(3)^2 + 10(3) - 6$ (A1) por sustitución

$= 60$ A1

[2]

(h) La ecuación de la normal:

$y - 65 = \frac{-1}{60}(x-3)$ M1A1

$-60y + 3900 = x - 3$ A1

$x + 60y - 3903 = 0$ AG

[3]

4. (a) (i) 4 A1

(ii) 2 A1

(iii) 4 A1

[3]

(b) AB A1

[1]

(c) Por tres aristas cualesquiera correctas A1
Por todas las aristas correctas A1

1. Elegir AB de peso 10
2. Elegir BC de peso 15
3. Elegir AF de peso 18
4. Elegir BE de peso 18
5. Elegir CD de peso 20

Por lo tanto, el árbol generador minimal es aquel que contiene a AB, BC, AF, BE y CD. A1

[3]

(d) 81 A1

[1]

(e) Por cuatro aristas cualesquiera correctas A1
Por ocho aristas cualesquiera correctas A1

1. Elegir CD de peso 20
2. Elegir DE de peso 25
3. Elegir EF de peso 23
4. Elegir FA de peso 18
5. Elegir AB de peso 10
6. Elegir BC de peso 15
7. Elegir CE de peso 30
8. Elegir EB de peso 18
9. Elegir BF de peso 27
10. Elegir FB de peso 27
11. Elegir BC de peso 15

Por lo tanto, una posible ruta contiene CD, DE, EF, FA, AB, BC, CE, EB, BF, FB and BC. A1

[3]

(f) 228 A1

[1]

5. (a) (i) $\mathbf{M}^2$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0,5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0,5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$ A2

(ii) $\mathbf{M}^3$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0,5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 1,5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$ A2

(iii) $\mathbf{M}^{30} = \begin{pmatrix} 1 & 15 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ A1

[5]

(b) (i) $s(2) = \begin{pmatrix} 2 & 1,5 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ A1

(ii) $s(3) = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ A1

(iii) $s(30)$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0,5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \cdots + \begin{pmatrix} 1 & 15 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 30 & 0,5+1+\cdots+15 \\ 0 & 30 \end{pmatrix}$$ (M1) por enfoque válido

$$= \begin{pmatrix} 30 & \dfrac{30}{2}(0,5+15) \\ 0 & 30 \end{pmatrix}$$ M1A1

$$= \begin{pmatrix} 30 & 232,5 \\ 0 & 30 \end{pmatrix}$$ A1

[6]

(c) $r(10)$

$$=\begin{pmatrix}1 & 0{,}5\\0 & 1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1 & 1\\0 & 1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1 & 2\\0 & 1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1 & 4\\0 & 1\end{pmatrix}$$

$$+\cdots+\begin{pmatrix}1 & 0{,}5\cdot 2^{10-1}\\0 & 1\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}10 & 0{,}5+1+\cdots+0{,}5\cdot 2^{9}\\0 & 10\end{pmatrix}$$ (M1) por enfoque válido

$$=\begin{pmatrix}10 & \dfrac{0{,}5(1-2^{10})}{1-2}\\0 & 10\end{pmatrix}$$ M1A1

$$=\begin{pmatrix}10 & \dfrac{1023}{2}\\0 & 10\end{pmatrix}$$ A1

[4]

6. (a) $\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 25x \\ \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = v \end{cases}$ A1

[1]

(b) (i) $\begin{cases} v_{n+1} = v_n + 0,2 \left.\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\right|_{(t_n,\, v_n,\, x_n)} \\ x_{n+1} = x_n + 0,2 \left.\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right|_{(t_n,\, v_n,\, x_n)} \\ t_{n+1} = t_n + 0,2 \end{cases}$ (M1) por enfoque válido

$t_0 = 0$, $v_0 = 0$, $x_0 = 1$ (A1) por valores correctos

$t_1 = 0 + 0,2 = 0,2$

$v_1 = 0 + 0,2(25) = 5$ A1

(ii) $x_1 = 1 + 0,2(0) = 1$ A1

[4]

(c) (i) 2 cm A1

(ii) 16 cm A1

(iii) 4096 cm A1

[3]

(d) $\det(\mathbf{M} - \lambda\mathbf{I})$

$= \begin{vmatrix} 0-\lambda & 25 \\ 1 & 0-\lambda \end{vmatrix}$ (M1) por enfoque válido

$= (-\lambda)(-\lambda) - (25)(1)$

$= \lambda^2 - 25$ A1

[2]

(e) $\lambda_1 = -5$, $\lambda_2 = 5$ A2

[2]

(f) $\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$ A2

[2]

(g) $\mathbf{X} = Ae^{-5t}\begin{pmatrix} -5 \\ 1 \end{pmatrix} + Be^{5t}\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$ A1

$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = Ae^{-5(0)}\begin{pmatrix} -5 \\ 1 \end{pmatrix} + Be^{5(0)}\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$ M1

$\begin{cases} 0 = -5A + 5B \\ 1 = A + B \end{cases}$

Al resolver este sistema, $A = 0,5$ y $B = 0,5$. A1

Por lo tanto, la solución particular de x viene dada por $x = 0,5e^{-5t} + 0,5e^{5t}$. AG

[3]

7. (a) $\mathbf{r}=\begin{pmatrix}5\\5\\0\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}-10\\10\\0\end{pmatrix}$ A2

[2]

(b) $-85=5-10p$ (M1) por ecuación

$-90=-10p$

$p=9$ A1

[2]

(c) El vector velocidad de B

$=\frac{1}{5}\left(\begin{pmatrix}-50\\50\\0\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}0\\0\\-50\end{pmatrix}\right)$ (M1) por enfoque válido

$=\begin{pmatrix}-10\\10\\10\end{pmatrix}\mathrm{s}^{-1}$ A1

[2]

(d) $\mathbf{r}=\begin{pmatrix}0\\0\\-50\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}-10\\10\\10\end{pmatrix}$ A2

[2]

(e) $\mathbf{r}_{\mathrm{A}}=\begin{pmatrix}5-10t\\5+10t\\0\end{pmatrix}$, $\mathbf{r}_{B}=\begin{pmatrix}-10t\\10t\\-50+10t\end{pmatrix}$ (A1) por valores correctos

$\mathbf{r}_{\mathrm{A}}-\mathbf{r}_{B}$

$=\begin{pmatrix}5-10t\\5+10t\\0\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}-10t\\10t\\-50+10t\end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix}5\\5\\50-10t\end{pmatrix}$ (A1) por valor correcto

$|\mathbf{r}_{\mathrm{A}}-\mathbf{r}_{B}|=\sqrt{5^2+5^2+(50-10t)^2}$ (A1) por enfoque correcto

Considerando la gráfica de

$y=\sqrt{50+(50-10t)^2}$, el punto mínimo es

$(5{,}0000005;\,7{,}0710678)$.

Por lo tanto, la distancia más corta es $7{,}07$. A1

[4]

(f) 5.00 segundos después del inicio del juego A1

[1]