Solución de Práctica de Prueba 1 de AI NS Set 3

1. (a) $260-100=(31-11)d$ (M1) por enfoque válido

$160=20d$

$d=8$

Por lo tanto, la diferencia común es 8. A1

[2]

(b) $u_{11}=100$

$\therefore u_1+(11-1)(8)=100$ (A1) por ecuación correcta

$u_1=20$ A1

[2]

(c) S_{51}

$=\frac{51}{2}\left[2(20)+(51-1)(8)\right]$ (A1) por sustitución

$=11220$ A1

[2]

2. (a) 4 A1

[1]

(b) El rango intercuartil

$=6-2,5$ (M1) por enfoque válido

$=3,5$ A1

[2]

(c) La probabilidad requerida

$=\frac{8}{12}$ (M1) por enfoque válido

$=\frac{2}{3}$ A1

[2]

3. (a) $\cos \text{A}\hat{\text{C}}\text{B} = \dfrac{\text{AC}^2 + \text{BC}^2 - \text{AB}^2}{2(\text{AC})(\text{BC})}$ (M1) por regla del coseno

$\cos \text{A}\hat{\text{C}}\text{B} = \dfrac{54^2 + 54^2 - 35^2}{2(54)(54)}$ (A1) por sustitución

$\cos \text{A}\hat{\text{C}}\text{B} = 0,789951989$

$\text{A}\hat{\text{C}}\text{B} = 37,81897498^\circ$

$\text{A}\hat{\text{C}}\text{B} = 37,8^\circ$ A1

[3]

(b) El área requerida

$= \dfrac{1}{2}(\text{AC})(\text{BC}) \operatorname{sen} \text{A}\hat{\text{C}}\text{B}$ (M1) por fórmula del área

$= \dfrac{1}{2}(54)(54) \operatorname{sen} 37,81897498^\circ$ (A1) por sustitución

$= 893,999965 \text{ cm}^2$

$= 894 \text{ cm}^2$ A1

[3]

4. (a) $\text{P}(X=1) + \text{P}(X=2) + \text{P}(X=3) + \text{P}(X=4) = 1$ M1

$\therefore 5k^2 + (k^2 + 6k) + (k^2 + k) + k^2 = 1$ A1

$8k^2 + 7k - 1 = 0$

$(k+1)(8k-1) = 0$ A1

$k = -1$ (*Rechazada*) o $k = \dfrac{1}{8}$ AG

[3]

(b) $\text{P}(X = 2 \mid X \leq 2)$

$= \dfrac{\text{P}(X = 2 \cap X \leq 2)}{\text{P}(X \leq 2)}$

$= \dfrac{\text{P}(X = 2)}{\text{P}(X \leq 2)}$ (M1) por enfoque válido

$= \dfrac{\left(\frac{1}{8}\right)^2 + 6\left(\frac{1}{8}\right)}{5\left(\frac{1}{8}\right)^2 + \left(\left(\frac{1}{8}\right)^2 + 6\left(\frac{1}{8}\right)\right)}$ (A1) por sustitución

$= \dfrac{49}{54}$ A1

[3]

5. (a) $y = 5$ A1

[1]

(b) (i) $\left(5, \frac{7}{2}\right)$ A1

(ii) $k(5) + 2\left(\frac{7}{2}\right) - 47 = 0$ (M1) por sustitución

$5k = 40$

$k = 8$ A1

(iii) $8x + 2(5) - 47 = 0$ (M1) por sustitución

$8x = 37$

$x = \frac{37}{8}$

Por lo tanto, las coordenadas requeridas son $\left(\frac{37}{8}, 5\right)$. A1

[5]

6. (a) $y = \frac{8}{7}$ A2

[2]

(c) $\left\{y : y \neq \frac{8}{7}, y \in \mathbb{R}\right\}$ A1

[1]

(d) $f(x) > g(x)$

$\frac{1-8x}{2-7x} > \frac{1}{2}x^2$

$\frac{1-8x}{2-7x} - \frac{1}{2}x^2 > 0$ M1

Considerando la gráfica de $y = \frac{1-8x}{2-7x} - \frac{1}{2}x^2$,

$-1,439727 < x < 0,1239131$ o $\frac{2}{7} < x < 1,6015283$.

$\therefore -1,44 < x < 0,124$ o $\frac{2}{7} < x < 1,60$ A2

[3]

7. (a) Sea $r\%$ la tasa de interés nominal anual compuesto mensualmente.

$(1+r\%)^6 = \left(1+\frac{9}{(100)(12)}\right)^{(12)(6)}$ (A1) por sustitución

$1+r\% = 1{,}0075^{12}$

$r = 9{,}380689767$ (A1) por valor correcto

La tasa de interés real por año

$= 9{,}380689767\% - i\%$

$= (9{,}38069 - i)\%$ A1

[3]

(b) $89000\left(1+\frac{9{,}38069-i}{100}\right)^6 = 118000$ (M1) por ecuación

$89000\left(1+\frac{9{,}38069-i}{100}\right)^6 - 118000 = 0$ (A1) por enfoque correcto

Considerando la gráfica de

$y = 89000\left(1+\frac{9{,}38069-i}{100}\right)^6 - 118000$,

$i = 4{,}5676461$.

Por lo tanto, $i = 4{,}57$. A1

[3]

8. (a) El volumen

$= \pi r^2 h$

$= \pi(4)^2(15)$ (A1) por sustitución

$= 240\pi \text{ cm}^3$ A1

[2]

(b) El área de superficie total

$= 2\pi r^2 + 2\pi rh$

$= 2\pi(4)^2 + 2\pi(4)(15)$ (A1) por sustitución

$= 152\pi \text{ cm}^2$ A1

[2]

(c) 26 A1

[1]

9. (a) $f'(x)$

$= 0 + 9(2x) + 2(3x^2)$ (A1) por enfoque correcto

$= 18x + 6x^2$ A1

[2]

(b) $f'(x) = 0$

$18x + 6x^2 = 0$

$6x(3 + x) = 0$ (A1) por factorización

$x = 0$ o $x = -3$ A1

[2]

(c) (i) $f''(x) = 18 + 12x$ A1

(ii) $f''(-3)$

$= 18 + 12(-3)$

$= -18 < 0$ R1

Por lo tanto, f alcanza su máximo local en $x = -3$.

Por lo tanto, la coordenada x del máximo local de f es -3. A1

(iii) 57 A1

[4]

10. (a) H_0: Los datos siguen una distribución de Poisson con media de 3. A1

[1]

(b) 36,9 A1

[1]

(c) 5 A1

[1]

(c) 26,3 A2

[2]

(d) Se rechaza la hipótesis nula. A1

Pues $\chi^2_{calc} > 11,070$. R1

[2]

11. (a) $\log\frac{1}{8}+\log\frac{1}{125}$

$=\log\left(\frac{1}{8}\cdot\frac{1}{125}\right)$ (A1) por fórmula correcta

$=\log\frac{1}{1000}$

$=\log 10^{-3}$ (A1) por enfoque correcto

$=-3$ A1

[3]

(b) $\ln e^{\frac{10}{3}}-\ln\sqrt[6]{e}$

$=\ln\frac{e^{\frac{10}{3}}}{e^{\frac{1}{6}}}$ (A1) por fórmula correcta

$=\ln e^{\frac{10}{3}-\frac{1}{6}}$

$=\ln e^{\frac{19}{6}}$ (A1) por enfoque correcto

$=\frac{19}{6}$ A1

[3]

12. (a) Una estimación no sesgada

$=\frac{700+698+\cdots+641}{12}$ (A1) por enfoque correcto

$=663\text{ g}$ A1

[2]

(b) s_{n-1}

$=\sqrt{\frac{(700-663)^2+(698-663)^2+\cdots+(641-663)^2}{12-1}}$ (A1) por enfoque correcto

$=31{,}53353194\text{ g}$

$=31{,}5\text{ g}$ A1

[2]

(c) Intervalo de confianza del 99%:

$(634{,}73;\ 691{,}27)$ A2

[2]

13. (a) $g(x) = -f(x)$ (M1) por enfoque válido

$g(x) = -((x+1)^2 + 3)$

$g(x) = -(x+1)^2 - 3$ A1

[2]

(b) (i) $1 - p = -10$ (M1) por traslación

$p = 11$ A1

(ii) $-3 + q = 0$ (M1) por traslación

$q = 3$ A1

[4]

14. (a) $X \sim \mathrm{Po}(1,75)$

$\mathrm{P}(X \geq 3)$

$= 1 - \mathrm{P}(X \leq 2)$ (M1) por enfoque válido

$= 1 - 0,7439696955$

$= 0,2560303045$

$= 0,256$ A1

[2]

(b) $Y \sim \mathrm{Po}(12,25)$ (M1) por enfoque válido

$\mathrm{P}(Y \leq 14)$

$= 0,7489477707$

$= 0,749$ A1

[2]

(c) La probabilidad requerida

$= \mathrm{P}(X \leq 2)^7$ (M1) por enfoque válido

$= 0,7439696955^7$

$= 0,1261498443$

$= 0,126$ A1

[2]

15. (a) Considerando la gráfica de

$y=-x^3+17x^2-86x+112$, $x=2$, $x=7$ o $x=8$. (M1) por enfoque válido

Por lo tanto, las intersecciones con en eje y

son 2, 7 y 8. A2

[3]

(b) El área total de la región

$=\int_2^8\left|-y^3+17y^2-86y+112\right|\mathrm{d}y$ (A1) por enfoque correcto

$=73{,}83333519$

$=73{,}8$ A1

[2]

16. (a) (i) $152{,}6$ A1

(ii) $150{,}6$ A1

(iii) $168{,}3$ A1

[3]

(b) SS_{res}

$=(33\sqrt{24}-160)^2+(33\sqrt{26}-160)^2$

$+(33\sqrt{28}-173)^2$ (A1) por enfoque correcto

$=73{,}75362941$

$=73{,}8$ A1

[2]

(c) Modelo 2 A1

[1]

17. (a) $\mathbf{A}$

$= (\mathbf{A}^{-1})^{-1}$ (M1) por enfoque válido

$$=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & -5 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$\therefore\ p = 2\,,\ q = 1$ A2

[3]

(b) $\begin{cases} 4x+2y+2z=3 \\ x-7y-12z=5 \\ x+3y+8z=9 \end{cases}$ se puede expresar como

$\begin{cases} 0,4x+0,2y+0,2z=0,3 \\ 0,1x-0,7y-1,2z=0,5 \\ 0,1x+0,3y+0,8z=0,9 \end{cases}$. (M1) por enfoque válido

$$\mathbf{A}^{-1}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,3 \\ 0,5 \\ 0,9 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \mathbf{A}\begin{pmatrix} 0,3 \\ 0,5 \\ 0,9 \end{pmatrix}$$ M1

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -5,4 \\ 2,9 \end{pmatrix}$$

$\therefore\ x = 2\,,\ y = -5,4\,,\ z = 2,9$ A3

[5]

18. (a) $\operatorname{sen} 5x + \cos 4x = 0$

Considerando la gráfica de $y = \operatorname{sen} 5x + \cos 4x$,

$x = 0{,}5235988$ o $x = 1{,}2217305$.

$\therefore x = 0{,}524$ o $x = 1{,}22$ A2

[2]

(b) $\operatorname{sen} 10x + \cos 8x$ está formada por una compresión horizontal de $\operatorname{sen} 5x + \cos 4x$ con factor de escala 2. R1

Por lo tanto, todavía existen dos raíces reales distintas cuando el rango de x se reduce a la mitad al mismo tiempo. R1

Por lo tanto, la afirmación es incorrecta. A1

[3]

(c) 6 A1

[1]