Solución de Práctica de Prueba 1 de AI NS Set 4

1. (a) $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$\therefore 128\pi = \frac{1}{3}\pi r^2 (6)$ — (A1) por ecuación correcta

$r^2 = 64$

$r = 8$

Por lo tanto, el radio requerido es 8 cm. — A1

[2]

(b) l

$= \sqrt{r^2 + h^2}$ — (M1) por enfoque válido

$= \sqrt{8^2 + 6^2}$

$= 10$

Por lo tanto, la altura de inclinación requerida es 10 cm. — A1

[2]

(c) El área total de superficie

$= \pi r^2 + \pi r l$

$= \pi(8)^2 + \pi(8)(10)$ — (A1) por sustitución

$= 144\pi\text{ cm}^2$ — A1

[2]

2. (a) (i) 20 horas — A1

(ii) 15 horas — A1

[2]

(b) 5 obreros trabajaron más de 30 horas. — (R1) por argumento correcto

Por lo tanto, $12{,}5\%$ de los obreros trabajaron por más de 30 horas.

$\therefore k = 30$ — A1

[2]

3.	(a)	(i)	c_n	A1	
		(ii)	b_n	A1	
					[2]
	(b)	(i)	$1,25$	A1	
		(ii)	$\frac{3125}{128}$	A1	
		(iii)	S_8		
			$=\frac{10(1,25^8-1)}{1,25-1}$	(A1) por sustitución	
			$=198,4185791$		
			$=198$	A1	
					[4]
4.	(a)	(i)	El radio		
			$=\sqrt{(10-6)^2+(12-14)^2}$	(A1) por sustitución	
			$=4,472135955$ km		
			$=4,47$ km	A1	
		(ii)	4 km	A1	
		(iii)	El edificio de apartamento en P	A1	
					[4]
	(b)	$x+y-20=0$		A2	
					[2]

5. (a) $\mathrm{E}(X) = 8,64$

$\therefore 0,72n = 8,64$ (A1) por ecuación correcta

$n = 12$ A1

[2]

(b) $\mathrm{Var}(X)$

$= (12)(0,72)(1-0,72)$ (A1) por sustitución

$= 2,4192$ A1

[2]

(c) $\mathrm{P}(X \geq 11)$

$= 1 - \mathrm{P}(X \leq 10)$ (A1) por sustitución

$= 0,1099809898$

$= 0,110$ A1

[2]

6. (a) Por TVM Solver:

$$\boxed{\begin{array}{l} \mathrm{N} = 120 \\ \mathrm{I\%} = 4,5 \\ \mathrm{PV} = 0 \\ \mathrm{PMT} = -200 \\ \mathrm{FV} = ? \\ \mathrm{P/Y} = 12 \\ \mathrm{C/Y} = 1 \\ \mathrm{PMT:END} \end{array}}$$

(A2) por valores correctos

$\mathrm{FV} = 30095,13482$

Por lo tanto, el valor de la inversión después de diez años es $30100\$$. A1

[3]

(b) Por TVM Solver:

$$\boxed{\begin{array}{l} \mathrm{N} = 144 \\ \mathrm{I\%} = 4,5 \\ \mathrm{PV} = 0 \\ \mathrm{PMT} = ? \\ \mathrm{FV} = 5 \times 30095,13482 \\ \mathrm{P/Y} = 12 \\ \mathrm{C/Y} = 1 \\ \mathrm{PMT:END} \end{array}}$$

(A2) por valores correctos

$\mathrm{PMT} = -794,6316652$

Por lo tanto, la nueva cantidad de depósito es $795\$$. A1

[3]

7. (a) x

$= -\dfrac{b}{2a}$

$= -\dfrac{100}{2(-1)}$ (A1) por sustitución

$= 50$ A1

[2]

(b) La altura máxima requerida

$= -50^2 + 100(50) - 1600$ A1

$= -2500 + 5000 - 1600$

$= 900 \text{ m}$ AG

[1]

(c) $V = 0$

$-x^2 + 100x - 1600 = 0$

$x = 20$ o $x = 80$ (A1) por valores correctos

La distancia horizontal requerida

$= 80 - 20$ (M1) por enfoque válido

$= 60 \text{ m}$ A1

[3]

8. (a) $\dfrac{\text{sen } \text{A}\hat{\text{C}}\text{B}}{\text{AB}} = \dfrac{\text{sen } \text{A}\hat{\text{B}}\text{C}}{\text{AC}}$ (M1) por regla del seno

$\dfrac{\text{sen } \text{A}\hat{\text{C}}\text{B}}{13{,}9} = \dfrac{\text{sen } 60{,}8^\circ}{17{,}7}$ (A1) por sustitución

$\text{A}\hat{\text{C}}\text{B} = 43{,}27612856^\circ$

$\text{A}\hat{\text{C}}\text{B} = 43{,}3^\circ$ A1

[3]

(b) El área del triangulo ABC

$= \dfrac{1}{2}(\text{AB})(\text{AC}) \text{ sen } \text{B}\hat{\text{A}}\text{C}$ (M1) por fórmula del área

$= \dfrac{1}{2}(13{,}9)(17{,}7) \text{ sen } (180^\circ - 60{,}8^\circ - 43{,}27612856^\circ)$ (A1) por sustitución

$= 119{,}3212815 \text{ cm}^2$

$= 119 \text{ cm}^2$ A1

[3]

9. (a) $\dfrac{dx}{dt} = \pi x^2 \cos \pi t$

$\dfrac{1}{x^2}dx = \pi \cos \pi t dt$ (M1) por enfoque válido

$\therefore \int \dfrac{1}{x^2}dx = \int \pi \cos \pi t dt$ A1

[2]

(b) Sea $u = \pi t$.

$\dfrac{du}{dt} = \pi \Rightarrow du = \pi dt$ A1

$\therefore \int \dfrac{1}{x^2}dx = \int \cos u du$ (A1) por enfoque correcto

$-\dfrac{1}{x} = \operatorname{sen} u + C$

$\dfrac{1}{x} = -\operatorname{sen} \pi t + C$ A1

[3]

(c) $\dfrac{1}{1} = -\operatorname{sen} 2{,}5\pi + C$ (M1) por sustitución

$1 = -1 + C$

$C = 2$ (A1) por valor correcto

$\therefore \dfrac{1}{x} = -\operatorname{sen} \pi t + 2$

$x = \dfrac{1}{-\operatorname{sen} \pi t + 2}$ A1

[3]

10. (a) Una estimación no sesgada

$= \overline{X}$ (A1) por enfoque correcto

$= \dfrac{18{,}95 + 25{,}15}{2}$

$= 22{,}05$ A1

[2]

(b) $25{,}15 - 18{,}95 = 2(1{,}959963986)\left(\dfrac{\sigma}{\sqrt{10}}\right)$ M1A1

$\sigma = 5{,}001653508$

$\sigma = 5{,}00$ A1

[3]

11. (a) $y = \sqrt{3-x}$

$\Rightarrow x = \sqrt{3-y}$ (M1) por intercambiar variables

$10 = \sqrt{3-y}$

$100 = 3 - y$

$y = -97$ (M1) por enfoque válido

$\therefore f^{-1}(10) = -97$ A1

[3]

(b) (i) 5 A1

(ii) $(f^{-1} \circ g^{-1})(\pi)$

$= f^{-1}(5)$

$5 = \sqrt{3-x}$ (M1) por enfoque válido

$25 = 3 - x$

$x = -22$

$\therefore f^{-1}(5) = -22$ A1

[3]

12. (a) (i) $a = 32$ A1

$b = 20{,}6$ A1

(ii) El número estimado de recargas de aceite

$= 32(2{,}5) + 20{,}6$ (A1) por sustitución

$= 100{,}6$ A1

[4]

(b) (i) $r = 0{,}9765724246$

$r = 0{,}977$ A1

(ii) $R^2 = 0{,}9536937004$

$R^2 = 0{,}954$ A1

(iii) 95,4% de la variabilidad de los datos se explica mediante el modelo de regresión. A1

[3]

13.	(a)	CE	A1	
				[1]
	(b)	Por cualesquiera dos límites correctos	A1	
		Por todos los límites correctos	A1	
		1. Elegir BE de peso 22		
		2. Elegir DE de peso 24		
		3. Elegir AD de peso 10		
		4. Elegir AC de peso 20		
		Por lo tanto, el árbol de expansión mínimo es un árbol que contiene BE, DE, AD y AC.	A1	
				[3]
	(c)	76	A1	
				[1]
14.	(a)	(i) $H_0:\ p = 0,25$	A1	
		(ii) $H_1:\ p > 0,25$	A1	
				[2]
	(b)	$\mathrm{P}(X \geq 39) = 0,4193193762$	(M1) por enfoque válido	
		Por lo tanto, el valor p es $0,419$.	A1	
				[2]
	(c)	La hipótesis nula no se rechaza.	A1	
		Pues $\text{valor}\, p > 0,05$.	R1	
				[2]

15. (a) $y = e^{5x}$

$\Rightarrow x = e^{5y}$ (M1) por intercambiar variables

$5y = \ln x$

$y = \frac{1}{5}\ln x$ (A1) por hacer el cambio

$\therefore f^{-1}(x) = \frac{1}{5}\ln x$ A1

[3]

(b) $\{y : y \in \mathbb{R}\}$ A1

[1]

(c) $(g \circ f)(x)$

$= g(f(x))$

$= (3 + \ln f(x))^2$

$= (3 + \ln e^{5x})^2$ (M1) por sustitución

$= (3 + 5x)^2$ (A1) por enfoque correcto

$= 25x^2 + 30x + 9$ A1

[3]

16. (a) Rotación en sentido antihorario de $\frac{5\pi}{6}$ radianes sobre el origen. A1

[1]

(b) $\begin{pmatrix} 8 \\ 0 \end{pmatrix} = \mathbf{T}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ (M1) por enfoque válido

$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \mathbf{T}^{-1}\begin{pmatrix} 8 \\ 0 \end{pmatrix}$ (A1) por enfoque correcto

$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6,92820323 \\ -4 \end{pmatrix}$

Por tanto, las coordenadas de P son $(-6,93; -4)$. A1

[3]

(c) 12 A2

[2]

17. (a) $f'(x)$

$= \left(\frac{1}{x^2+4}\right)(2x)$ (M1) por regla de la cadena

$= \frac{2x}{x^2+4}$ A1

[2]

(b) $\frac{6}{13}$ A1

[1]

(c) $13x + my = 39 + m\ln 13$

$my = -13x + 39 + m\ln 13$

$y = -\frac{13}{m}x + \frac{39 + m\ln 13}{m}$ (M1) por enfoque válido

$\therefore -\frac{13}{m} \times \frac{6}{13} = -1$ (A1) por ecuación correcta

$m = 6$

$13x + 6(0) = 39 + 6\ln 13$ (M1) por sustitución

$x = 3 + \frac{6}{13}\ln 13$

Por lo tanto, la intersección con el eje x de la normal es $x = 3 + \frac{6}{13}\ln 13$. A1

[4]

18. (a) Considerando la gráfica de $y = \det(\mathbf{T} - \lambda \mathbf{I})$,

$\lambda = 0,42$ o $\lambda = 1$. (M1) por enfoque válido

$\therefore \lambda_1 = 0,42$, $\lambda_2 = 1$ A2

[3]

(b) $\mathbf{v}_{10}$

$= \begin{pmatrix} 0,73 & 0,31 \\ 0,27 & 0,69 \end{pmatrix}^{10} \begin{pmatrix} 0,4 \\ 0,6 \end{pmatrix}$ (M1) por enfoque válido

$= \begin{pmatrix} 0,5344597887 \\ 0,4655402113 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 0,534 \\ 0,466 \end{pmatrix}$ A1

[2]

(c) $\mathbf{v}$ es el vector propio de $\mathbf{T}$ correspondiente a $\lambda_2 = 1$. (R1) por razonamiento correcto

$\therefore \mathbf{v} = \begin{pmatrix} \frac{31}{58} \\ \frac{27}{58} \end{pmatrix}$ A1

[2]