Solución de Práctica de Prueba 1 de AI NS Set 2

1. (a) (i) 40 A1

(ii) 1 A1

(iii) 0 A1

[3]

(b) La media del número de sandías

$=\dfrac{(0)(12)+(1)(10)+(2)(6)+(3)(5)+(4)(5)+(5)(2)}{12+10+6+5+5+2}$ (A1) por fórmula correcta

$=1,675$ A1

[2]

(c) Discretos A1

[1]

2. (a) (i) $3,5$ A1

(ii) $9,5$ A1

(iii) $2,5$ A1

[3]

(b) El periodo de d

$=\dfrac{360^{\circ}}{3^{\circ}}$ (M1) por enfoque válido

$=120$ minutos A1

[2]

(c) $10:30$ am A1

[1]

3. (a) (i) x_n A1

(ii) z_n A1

[2]

(b) El término requerido

$= 100 + (10-1)(200)$ (A1) por sustitución

$= 1900$ A1

[2]

(c) La suma requerida

$= \dfrac{100(3^{10}-1)}{3-1}$ (A1) por sustitución

$= 2952400$ A1

[2]

4. (a) (i) El radio requerido

$= \sqrt{(12-8)^2 + (14-11)^2}$ (A1) por sustitución

$= 5$ A1

(ii) El radio requerido

$= \sqrt{\left(6-\dfrac{41}{7}\right)^2 + \left(2-\dfrac{57}{7}\right)^2}$ (A1) por sustitución

$= 6{,}144518048$

$= 6{,}14$ A1

[4]

(b) F A1

[1]

5. (a) Por TVM Solver:

$$\boxed{\begin{array}{l} \mathrm{N} = ? \\ \mathrm{I\%} = 2{,}95 \\ \mathrm{PV} = 120000 \\ \mathrm{PMT} = -2000 \\ \mathrm{FV} = 0 \\ \mathrm{P/Y} = 12 \\ \mathrm{C/Y} = 12 \\ \mathrm{PMT:END} \end{array}}$$

(M1)(A1) por valores correctos

$\mathrm{N} = 64{,}99449865$

Por lo tanto, el tiempo para pagar el préstamo es de 65 meses. A1

[3]

(b) La cantidad de intereses pagados

$= (2000)(65) - 120000$ (M1)(A1) por sustitución

$= 10000\$$ A1

[3]

6. (a) El costo requerido

$= \dfrac{1}{2}(100-90)^2 + 60$ (M1) por sustitución

$= 110\$$ A1

[2]

(b) $C(x) \le 1310$

$\dfrac{1}{2}(x-90)^2 + 60 \le 1310$ (M1) por inecuación

$\dfrac{1}{2}(x-90)^2 - 1250 \le 0$

Considerando la gráfica de

$y = \dfrac{1}{2}(x-90)^2 - 1250$, $40 \le x \le 140$.

$\therefore n = 40$ A1

[2]

(c) El punto mínimo de la gráfica $C(x)$ es $(90, 60)$. (M1) por enfoque válido

Por lo tanto, el número requerido de chaquetas es 90. A1

[2]

7. (a) (i) $0,683$ A1

(ii) $0,954$ A1

[2]

(b) $\mathrm{P}(H < 2,82)$

$= 0,4372698598$ (A1) por valor correcto

$= 0,437$ A1

[2]

(c) $\mathrm{P}(H > r) = 0,28$ (M1) por enfoque válido

$\mathrm{P}(H < r) = 0,72$

$r = 2,960739885$

$r = 2,96$ A1

[2]

8. (a) $\mathrm{AC}^2 = \mathrm{AB}^2 + \mathrm{BC}^2 - 2(\mathrm{AB})(\mathrm{BC})\cos \mathrm{A\hat{B}C}$ (M1) por regla del coseno

$\mathrm{AC}^2 = 15^2 + 13,5^2 - 2(15)(13,5)\cos 98^\circ$ (A1) por sustitución

$\mathrm{AC} = 21,53172324\ \mathrm{m}$

$\mathrm{AC} = 21,5\ \mathrm{m}$ A1

[3]

(b) $\dfrac{\mathrm{sen\,B\hat{A}C}}{\mathrm{BC}} = \dfrac{\mathrm{sen\,A\hat{B}C}}{\mathrm{AC}}$ (M1) por regla del seno

$\dfrac{\mathrm{sen\,B\hat{A}C}}{13,5} = \dfrac{\mathrm{sen}\,98^\circ}{21,53172324}$ (A1) por sustitución

$\mathrm{sen\,B\hat{A}C} = \dfrac{13,5\,\mathrm{sen}\,98^\circ}{21,53172324}$

$\mathrm{B\hat{A}C} = 38,38043409^\circ$

$\mathrm{B\hat{A}C} = 38,4^\circ$ A1

[3]

9. (a) $X \sim \mathrm{Po}(3,3)$

$\mathrm{P}(X < 3)$

$= \mathrm{P}(X \leq 2)$ (M1) por enfoque válido

$= 0,3594264663$

$= 0,359$ A1

[2]

(b) $Y \sim \mathrm{Po}(9,9)$ (M1) por enfoque válido

$\mathrm{P}(Y = 10)$

$= 0,1250470764$

$= 0,125$ A1

[2]

(c) $\mathrm{P}(Y < 14 \mid Y > 9)$

$= \dfrac{\mathrm{P}(Y < 14 \cap Y > 9)}{\mathrm{P}(Y > 9)}$ (A1) por sustitución

$= \dfrac{\mathrm{P}(10 \leq Y \leq 13)}{1 - \mathrm{P}(Y \leq 9)}$

$= \dfrac{0,4011438055}{0,5294984163}$ (A1) por enfoque correcto

$= 0,757592078$

$= 0,758$ A1

[3]

10. (a) $W = hk^x$

$\ln W = \ln(hk^x)$ (A1) por enfoque correcto

$\ln W = \ln h + \ln k^x$ (A1) por enfoque correcto

$\ln W = (\ln k)x + \ln h$ A1

[3]

(b) (i) $\ln h = -0,85$

$h = e^{-0,85}$ (M1) por enfoque válido

$h = 0,4274149319$

$h = 0,42741$ A1

(ii) $\ln k = 0,4$

$k = e^{0,4}$ (M1) por enfoque válido

$k = 1,491824698$

$k = 1,4918$ A1

[4]

11. (a) $3\mathbf{a}+2\mathbf{b}=\begin{pmatrix}2\\18\\19\end{pmatrix}$ A1

[1]

(b) (i) El componente requerido

$=\dfrac{(3\mathbf{a}+2\mathbf{b})\cdot(\mathbf{a})}{|\mathbf{a}|}$ (M1) por enfoque válido

$=\dfrac{(2)(2)+(18)(4)+(19)(3)}{\sqrt{2^2+4^2+3^2}}$ (A1) por sustitución

$=24,69747998$

$=24,7$ A1

(ii) El componente requerido

$=\dfrac{|(3\mathbf{a}+2\mathbf{b})\times\mathbf{b}|}{|\mathbf{b}|}$ (M1) por enfoque válido

$=\dfrac{\left|\begin{pmatrix}(18)(5)-(19)(3)\\(19)(-2)-(2)(5)\\(2)(3)-(18)(-2)\end{pmatrix}\right|}{\sqrt{(-2)^2+3^2+5^2}}$ (A1) por sustitución

$=\dfrac{\sqrt{33^2+(-48)^2+42^2}}{\sqrt{(-2)^2+3^2+5^2}}$

$=11,6494861$

$=11,6$ A1

[3]

12. (a) $\mathrm{E}(X)$

$=(3)(0,3)+(5)(0,1)+(7)(0,15)+(9)(0,45)$ (A1) por sustitución

$=6,5$ A1

[2]

(b) $\mathrm{E}(2X-5Y)$

$=2(6,5)-5(17)$ (A1) por sustitución

$=-72$ A1

[2]

(c) $\mathrm{Var}(2X-5Y)$

$=2^2\,\mathrm{Var}(X)+5^2\,\mathrm{Var}(Y)$

$=4(6,75)+25(3)$ (A1) por sustitución

$=102$ A1

[2]

13. (a) 700 A1

[1]

(b) $\mathrm{Var}(\bar{X})$

$= \dfrac{\mathrm{Var}(X)}{n}$

$= \dfrac{15{,}5}{320}$ (A1) por sustitución

$= \dfrac{31}{640}$ A1

[2]

(c) $\bar{X} \sim \mathrm{N}\left(700, \dfrac{31}{640}\right)$ (M1) por enfoque válido

$\mathrm{P}(\bar{X} < 699{,}83)$

$= 0{,}2199303896$

$= 0{,}220$ A1

[2]

14. (a) El número requerido de leopardos

$= w(2)$ (A1) por enfoque correcto

$= 237 \cos 0{,}5(2) + 850$ (A1) por sustitución

$= 978{,}0516465$

$= 978$ A1

[3]

(b) $\dfrac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}t}$

$= 237(-\operatorname{sen} 0{,}5t)(0{,}5) + 0$ (M1) por regla de la cadena

$= -118{,}5 \operatorname{sen} 0{,}5t$ A1

[2]

(c) Considerando la gráfica de

$y = -118{,}5 \operatorname{sen} 0{,}5t$, $\dfrac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}t}$ alcanza su máximo

por primera vez cuando $t = 9{,}4247780$. (A1) por valor correcto

El valor de n

$= (9{,}4247780)(30)$ (A1) por enfoque correcto

$= 282{,}74334$

$= 283$ A1

[3]

15. (a) $(2, 0)$ A1

[1]

(b) 2 A1

[1]

(c) $y = ((x+4)^2 - 36)^2$

$\Rightarrow x = ((y+4)^2 - 36)^2$ (M1) por intercambiar variables

$\sqrt{x} = (y+4)^2 - 36$

$(y+4)^2 = \sqrt{x} + 36$

$y + 4 = \sqrt{\sqrt{x} + 36}$

$y = \sqrt{\sqrt{x} + 36} - 4$ (M1) por enfoque válido

$\therefore f^{-1}(x) = \sqrt{\sqrt{x} + 36} - 4$ A1

[3]

16. (a) (i) $z_1^{\,5}$

$= \left(\frac{1}{2}\operatorname{cis}\frac{\pi}{10}\right)^5$

$= \left(\frac{1}{2}\right)^5 \operatorname{cis}\left(5\left(\frac{\pi}{10}\right)\right)$ (M1) por enfoque válido

$= \frac{1}{32}\operatorname{cis}\frac{\pi}{2}$ A1

(ii) 0 A1

[3]

(b) (i) $\frac{z_1^{\,5}}{z_2}$

$= \left(\frac{1}{32}\operatorname{cis}\frac{\pi}{2}\right) \div \left(\frac{1}{8}\operatorname{cis}\frac{\pi}{4}\right)$

$= \left(\frac{1}{32} \div \frac{1}{8}\right)\operatorname{cis}\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$ (M1) por enfoque válido

$= \frac{1}{4}\operatorname{cis}\frac{\pi}{4}$ A1

(ii) $\frac{1}{4}e^{\frac{\pi}{4}\mathrm{i}}$ A1

[3]

17. (a) (i) $y = 2,02 \cdot 1,45^x$ A2

(ii) $R^2 = 0,8543621308$

$R^2 = 0,85436$ A1

[3]

(b) $SS_{res} = 7,102577562$

$SS_{res} = 7,10$ A2

[2]

(c) $R^2 = 1 - \dfrac{SS_{res}}{SS_{tot}}$

$0,8543621308 = 1 - \dfrac{7,102577562}{SS_{tot}}$ (A1) por sustitución

$\dfrac{7,102577562}{SS_{tot}} = 0,1456378692$

$SS_{tot} = 48,768755$

$SS_{tot} = 48,8$ A1

[2]

18. (a) $x > 4$ A1

[1]

(b) $$\begin{cases} x_{n+1} = x_n + 0,05 \left.\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right|_{(t_n,\, x_n,\, y_n)} \\ y_{n+1} = y_n + 0,05 \left.\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right|_{(t_n,\, x_n,\, y_n)} \\ t_{n+1} = t_n + 0,05 \end{cases}$$ (M1) por enfoque válido

$t_0 = 0$, $x_0 = 4,5$, $y_0 = 4,5$ (A1) por valores correctos

$t_1 = 0 + 0,05 = 0,05$

$y_1 = 4,5 + 0,05\big((4(4,5) - 16)(4,5)\big) = 4,95$ (A1) por valor correcto

Por lo tanto, el número aproximado de soldados del país Y es 4950. A1

[4]